

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران

ش صدلی (ش داوطلب):

نام واحد آموزشی: دبیرستان شاهد معلم

نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۱

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

رشته: ریاضی

پایه: چهارم

ساعت امتحان: صبح
وقت امتحان: دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ /
تعداد برگ سوال: ۱ برگ

سال تحصیلی: ۱۳۹۱-۱۳۹۲

نام دبیر:

سؤال امتحان درس: حساب دیفرانسیل

بارم

۱- هرگاه x در یک همسایگی متقارن ۳ و به شعاع ۴ قرار گیرد حاصل عبارت $\sqrt{2(|x+1|+|x-7|)}$ را بیابید.

۱

۲- از عبارات زیر کدام درست و کدام نادرست است؟

الف) اگر a عددی گویا و b عددی گنگ باشد، آنگاه $ab + b^2$ همواره گنگ است.

ب) $\forall x \in R, (\sqrt{x})^2 = \sqrt{x^2}$

ج) اگر $a > \frac{b}{c} \Rightarrow ab^2 > \frac{b^3}{c}$

د) اگر $A = \{x | a \leq x \leq b\}$ باشد $Max A = Max\{|a|, |b|\}$

۱

۳- ثابت کنید دنباله $\{n^2 + 6n\}$ واگراست.

۱

۴- در دنباله $y = \left\{ \frac{2^{n+1} + 3}{2^n} \right\}$ کوچکترین عدد طبیعی M را چنان تعیین کنید که از $n \geq M$ نتیجه شود.

۱

$$1/997 < \frac{2^{n+1} + 3}{2^n} < 2/003$$

۵- کرانداری و یکنوایی دنباله های زیر را بررسی کنید. نوع یکنوایی و \inf و \sup را مشخص کنید.

الف) $\left\{ \frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{1}{n} \right\}$

۲

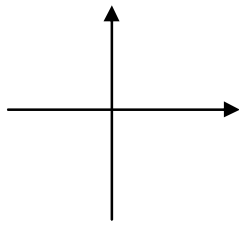
ب) $\left\{ \frac{\cos n\pi}{\sqrt{n+1}} \right\}$

۶- کدام دنباله همگرا و کدام واگراست. اگر همگراست به چه عددی؟

الف) $\left\{ \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{2n} \right\}$

ب) $\left\{ \frac{n^3}{n+1} \sin \frac{1}{n} \right\}$

۱/۵

۱	۷- الف) به کمک دنباله عدم وجود حد تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x-1}$ را در $x=1$ نشان دهید. ب) ثابت کنید $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] = 1$ می باشد.
۲/۵	۸- حاصل حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^3 x}{\cos^2 x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 3\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 - 5x + 1}}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{4x^2 + 3}{x^2 + 1} \right]$
۱/۵	۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in Q \\ 10 - 3x & x \in Q' \end{cases}$ نقاطی از تابع f که در آن تابع در آن نقاط حد داشته باشد را بیابید.
۱	۱۰- تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 1)}$ در چه بازه ای پیوسته است.
۱	۱۱- تابع $y = [\sin x] + [\cos x]$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته است.
۱	۱۲- نشان دهید معادله ی زیر دارای حداقل دو ریشه در بازه $[-2, 2]$ می باشد. $(x-1)(x+2) + x^4 + 2x^3 = 0$
۱/۵	۱۳- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax + \sqrt{x^2 + bx + 5}$ است. a و b را بیابید. 
۱	۱۴- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$ باشد. مطلوبست حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt{8} + 3h) - f(\sqrt{8})}{h}$
۱	۱۵- آیا تابع های زیر در نقطه مشخص شده خط مماس دارند. اگر پاسخ مثبت است معادله قائم را بیابید. الف) $f(x) = \cos x $ $x = \frac{\pi}{2}$ ب) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$ $x = 1$